**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Алгебраические вопросы комбинаторики

Algebraic Topics of Combinatorics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001227

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Целями курса являются обучение обучающихся основным конструкциям, утверждениям и методам алгебраической комбинаторики, развитие у обучающихся доказательного, логического мышления, формирование общих представлений о связях алгебры, комбинаторики, теории чисел и других дисциплин.

Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: изучение и освоение обучающимися основ алгебраической комбинаторики и связей её с другими областями алгебры, теории чисел, приобретение навыков применения алгебраической комбинаторики в других сферах деятельности, в том числе – информационных технологиях.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен иметь общее среднее образование и предварительную подготовку по основным математическим дисциплинам, изучаемым в 1-4 семестрах, в особенности – алгебре и теории чисел, комбинаторике.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Уметь демонстрировать и использовать базовые знания алгебраической комбинаторики, методы и инструментальные средства исследования объектов профессиональной деятельности, развивать навыки комбинаторного, алгоритмического, логического мышления.

Быть способным развивать и реализовывать математически сложные алгоритмы в современных специализированных программных комплексах в различных прикладных областях науки и техники, создавать и исследовать новые математические модели.

Иметь представление об основных связанных с данной областью понятиях (и их применении в информационных системах): производящих функциях, частично упорядоченных множествах и их алгебрах инцидентности, кольцах симметрических функций, когерентных конфигурациях, ассоциативных схемах, примитивных и транзитивных группах перестановок; владеть основами полиномиального и линейно-алгебраического метода в комбинаторике.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных форм аудиторной работы в рамках курса в шестом семестре предполагается проведение практических занятий и самостоятельной работы в присутствии преподавателя, которые представляют подробное изучение материала по соответствующим темам дисциплины. Промежуточная аттестация: зачёт в 6 учебном семестре 3 курса.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  | 60 | 2 |
|  |  |  |  | 10-25 |  |  |  |  | 10-25 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**6 семестр:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п.п.** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часовво часов** |
| 1 | Перечислительная комбинаторика и частично упорядоченные множества | практические занятия | 8888 |
| с.р. в присутствии преподавателя | 86 |
| 2 | Симметрические функции и их применения | практические занятия | 88 |
| с.р. в присутствии преподавателя | 88 |
| 3 | Методы линейной алгебры в комбинаторике | практические занятия | 88 |
| с.р. в присутствии преподавателя | 88 |
| 4 | Когерентные конфигурации | практические занятия | 66 |
| с.р. в присутствии преподавателя | 68 |
| 5 | Промежуточная аттестация | зачёт | 2 |
| самостоятельная работа | 10 |
| Итого | | | 72 |

**Содержание занятий**

1. Перечислительная комбинаторика и частично упорядоченные множества (16 часов).

Разбиения множеств, числа Стирлинга. Разбиения чисел, производящие функции, пентагональная формула Эйлера. Алгебра инцидентности частично упорядоченных множеств, обращение Мёбиуса. Решётки. Дистрибутивные и градуированные решётки, их функции Мёбиуса.

1. Симметрические функции и их применения (16 часов)

Симметрические функции. Различные базисы в кольце симметрических функций. Функции Шура. Таблицы, ассоциированные с разбиением. Алгоритм RSK. Правило Мурнагамы-Накаямы. Характеры симметрических групп.

1. Методы линейной алгебры в комбинаторике (16 часов)

Собственные числа матрицы смежности. Графы с большим обхватом. Экспандеры и суперконцентраторы. Теорема Шевалле-Варнинга и применения: множества без нулевой суммы в абелевых группах. Регулярные подграфы в регулярных графах. Комбинаторная теорема о нулях. Теорема Коши - Дэвенпорта и её обобщения.

1. Когерентные конфигурации (12 часов)

Когерентные конфигурации и их базисные алгебры, связь с группами перестановок. Ассоциативные схемы, дистанционно транзитивные графы, условие коммутативности. Структурная теория ассоциативных схем, собственные числа ассоциативной схемы. Условие целочисленности.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение практических занятий и самостоятельной работы в присутствии преподавателя. Предполагается, что читают лекции и проводят практические занятия опытные преподаватели.

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению занятий, участию в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение рекомендованной литературы.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа учащихся в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения. Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы в присутствии преподавателя. Важным аспектом является возможность использования для самостоятельной работы источников, указанных в списках обязательной и дополнительной литературы.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение семестра по дисциплине проводятся опросы, предлагаются задачи и темы для самостоятельной работы, проводится зачет.

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устно-письменной форме. Преподаватели имеют набор контрольных заданий и теоретических вопросов для проведения зачета. Зачет выставляется по итогам текущего контроля и результатам решения контрольных заданий и ответов на теоретические вопросы во время проведения промежуточной аттестации.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

*Критерии выставления зачета:*

«Зачет» ставится за решенные задания текущего контроля и правильные ответы на большинство вопросов преподавателя по курсу.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Перечень примерных тем для самостоятельной работы:

1. Ладейные многочлены.
2. Определители и перечисление путей
3. Симплициальные частично упорядоченные множества.
4. Биномиальные частично упорядоченные множества.
5. Тождество Якоби-Труди.
6. Специализации и скалярное произведение в кольце симметрических функций
7. Соответствие Гиллмана –Грасла.
8. Перечислительная теория Пойа.
9. Гипотезы Вейля и псевдослучайные графы.
10. Оценки на число комбинаторных типов многогранников
11. Оценки на трансверсали для семейства гиперплоскостей.
12. Гипотеза Эрдеша - Мозера и теорема Лефшеца. Строго регулярные графы.
13. Автоморфизмы ассоциативных схем.
14. Оценки на степени примитивных групп.
15. Двойственность для ассоциативных схем.

Примерный перечень вопросов к зачету:

1. Разбиения множеств, числа Стирлинга.
2. Разбиения чисел, пентагональная формула Эйлера.
3. Ладейные многочлены.
4. Определители и перечисление путей.
5. Алгебра инцидентности частично упорядоченных множеств, обращение Мёбиуса.
6. Дистрибутивные и градуированные решётки, их функции Мёбиуса.
7. Симплициальные частично упорядоченные множества.
8. Биномиальные частично упорядоченные множества.
9. Базисы в кольце симметрических функций.
10. Специализации и скалярное произведение.
11. Алгоритм RSK.
12. Тождество Якоби-Труди.
13. Правило Мурнагамы-Накаямы.
14. Характеры симметрических групп.
15. Соответствие Гиллмана –Грасла.
16. Перечислительная теория Пойа.
17. Графы с большим обхватом.
18. Экспандеры и суперконцентраторы.
19. Гипотезы Вейля и псевдослучайные графы.
20. Оценки на число комбинаторных типов многогранников.
21. Теорема Шевалле-Варнинга и подграфы в регулярных графах.
22. Комбинаторная теорема о нулях.
23. Оценки на трансверсали для семейства гиперплоскостей.
24. Гипотеза Эрдеша-Мозера и теорема Лефшеца.
25. Когерентные конфигурации .
26. Ассоциативные схемы.
27. Структурная теория ассоциативных схем.
28. Строго регулярные графы.
29. Автоморфизмы ассоциативных схем.
30. Оценки на степени примитивных групп.
31. Двойственность для ассоциативных схем.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению занятий привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартно оборудованные аудитории для проведения занятий, при проведении отдельных занятий возможно использование студентами компьютерных математических пакетов для выполнения практических заданий.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел или цветные фломастеры, губки; бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров – в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. Т.1, М.: Мир, 1990.

2. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. Т.2, М.: Мир, 2009.

3. Handbook of combinatorics,ed.by R.Graham, L.Lovasz Elsevier,1995.

4. P. Cameron, Permutation groups, Cambridge University Press,199

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Godsil, Royle, Algebraic Graph theory, Springer,2001

2. П.Камерон, Дж.Ван Линт Теория графов, теория кодирования и блок-схемы, М., 1980.

3. С.Ландо, Лекции о производящих функциях, М.МЦНМО, 2007.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

М.А. Антипов, доцент, к.ф.-м.н., кафедра высшей алгебры и теории чисел СПбГУ.